ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КРИВЫХ ОБОБЩЕННЫХ ЦЕПОЧЕК ТОДЫ С ДВУМЯ ЭКСПОНЕНТАМИ

М.В. Милованов, **О.Г. Медведева**

[1]Белорусский государственный педагогический университет , Советская 18, 220030 Минск, Беларусь
mvmil@mail.ru

olga_medvedeva@tut.by

Под обобщенной цепочкой Тоды с двумя экспонентами будем понимать гамильтонову систему дифференциальных уравнений с гамильтонианом вида

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2 + \dots + p_n^2) + c_1^2 e^{\alpha_1 q_1 + \dots + \alpha_n q_n} + c_2^2 e^{\beta_1 q_1 + \dots + \beta_n q_n}. \tag{1}$$

Обобщенные цепочки Тоды возникают при решении многих физических задач.

На каждой орбите коприсоединенного представления произвольной группы Ли определена каноническая симплектическая структура, которая превращает орбиту в симплектическое многообразие. Многие обобщенные цепочки Тоды можно рассматривать как гамильтоновы системы на орбитах коприсоединенного представления борелевских подгрупп вещественных простых расщепимых групп Ли. Такой подход проясняет суть дела и упрощает многие доказательства [1].

В [2] показано, что любая обобщенная цепочка Тоды с двумя экспонентами либо интегрируется в квадратурах, либо сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' = \left(\lambda - \frac{1}{k}y'^2\right)\left(\frac{k}{y} + \frac{2y}{1 - x^2 - y^2}\right) \tag{2}$$

в полукруге $1 - x^2 - y^2 > 0$, $y > 0$ с коэффициентами k и λ одного знака. Описание решений уравнения (2) вблизи границы полукруга дает возможность исследовать поведение интегральных кривых цепочек Тоды с гамильтонианом (1) "на бесконечности".

Изучение решений (2) вблизи оси Ox, т.е. при малых $y > 0$, можно провести, положив в (2) $y^2 = 0$. В результате получается уравнение, не содержащее переменной x:

$$yy'' + y'^2 - k\lambda = 0,$$

где $k\lambda > 0$. Его общее решение имеет вид

$$y^2 = k\lambda x^2 + C_1 x + C_2,\ y = \pm\sqrt{k\lambda}x + C, \tag{3}$$

где C_1, C_2, C – произвольные постоянные [3]. Вторая из формул (3) дает точные решения уравнения (2), а первая – приближенные.

С помощью формул (3) получены точные и приближенные решения цепочек Тоды с гамильтонианом (1), позволяющие понять поведение соответствующих интегральных кривых при $t \to \infty$.

Литература

1. Переломов А. М. *Интегрируемые системы классической механики и алгебры Ли* . М.: Наука, 1990.

2. Милованов М. В., Медведева О. Г. *Об обобщенных цепочках Тоды с двумя экспонентами* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57. №3. С. 37–42.

3. Милованов М. В., Медведева О. Г. *Применение методов группового анализа к изучению обобщенных цепочек Тоды с двумя экспонентами* // Докл. НАН Беларуси. 2014. Т. 58. №1. С. 9–15.